

Programozáselmélet - gyakorlatokra javasolt feladatok - 4. alkalom

1. Legyen A tetszőleges állapotter. $R: A \rightarrow \mathbb{L}$ logikai függvény, S program az A állapotter felett, tetszőlegesek. Határozzuk meg a definíciót felhasználva a következő leggyengébb előfeltételek igazsághalmazait:

- (a) $lf(SKIP, R)$
- (b) $lf(ABORT, R)$
- (c) $lf(S, HAMIS)$
- (d) $lf(S, IGAZ)$

2. Legyen $A = [1..5]$. Adottak a $Q, P: A \rightarrow \mathbb{L}$ logikai függvények, úgy hogy $\lceil P \rceil = \{1, 2\}$ és $\lceil Q \rceil = \{1, 2, 3, 4\}$. $S \subseteq A \times (A \cup \{fail\})^{**}$ a következő reláció az A felett:

$$S = \{(a, \langle a \rangle) \mid a \in A\} \cup \{(a, \langle a, a+1 \rangle) \mid a \leq 4\} \cup \{(a, \langle a, a, a, \dots \rangle) \mid a = 3\}$$

- (a) Határozzuk meg a következő halmazokat: $S(1), S(3), D_p(S), p(S)(1), p(S)(3), p(S)$
- (b) Hány elemű S ?
- (c) Igaz-e hogy $P \subseteq Q$?
- (d) Határozzuk meg $lf(S, Q)$ igazsághalmazát.
- (e) Döntsük el hogy a 4 eleme-e $lf(S, P)$ igazsághalmazának.

3. Legyen A tetszőleges állapotter. $P, Q, Z: A \rightarrow \mathbb{L}$ logikai függvények, S program az A állapotter felett. Tudjuk a következőket:

$$P \wedge \neg Q \implies lf(S, P \vee Q) \text{ és}$$

$$Q \implies Z$$

Igaz-e, hogy ekkor $P \wedge \neg Z \implies lf(S, P \vee Z)$?

4. Legyen A tetszőleges állapotter. $R: A \rightarrow \mathbb{L}$ logikai függvény, S program az A állapotter felett. Igaz-e hogy

$$(a) \lceil lf(S, R) \rceil \cup \lceil lf(S, \neg R) \rceil = A?$$

$$(b) \lceil lf(S, R) \rceil \cup \lceil lf(S, \neg R) \rceil = D_p(S)?$$

5. Legyen $A = [1..4]$. $S \subseteq A \times (A \cup \{fail\})^{**}$ a következő program:

$$S = \left\{ \begin{array}{lll} 1 \rightarrow \langle 1, 2, 4, 1 \rangle & 1 \rightarrow \langle 1, 3, 2 \rangle & 2 \rightarrow \langle 2, 3 \rangle \\ 3 \rightarrow \langle 3, 2 \rangle & 3 \rightarrow \langle 3, 4 \rangle & 4 \rightarrow \langle 4, 1, 3 \rangle \end{array} \right\}$$

Legyen $B = \{x, y, z\}$ az $F \subseteq A \times A$ feladat egy paramétertere. Adott továbbá:

$$F_1 = \{(1, x), (2, y), (2, z), (3, z), (4, y)\}$$

$$F_2 = \{(x, 1), (x, 2), (y, 3), (z, 2), (z, 4)\}$$

- (a) Adjuk meg az F feladatot elemeinek felsorolásával.
- (b) Mit mond a specifikáció tétele az S programról és az F feladatról?

6. $A = (x: \mathbb{N}, y: \mathbb{N})$

Jelölje S az $x := x - y$ értékadást.

- (a) Mit rendel S a $(3, 1)$ és $(1, 3)$ pontokhoz? Mit rendel ugyanezekhez a pontokhoz S programfüggvénye?
- (b) Adjuk meg S programfüggvényét.
- (c) Adott az $R((x, y)) = (2x + y < 5)$ logikai függvény. A definíciót felhasználva számoljuk ki $lf(S, R)$ igazsághalmazát.
- (d) Miután kiszámoltuk a leggyengébb előfeltételt, mondjunk olyan pontot amire teljesül az $lf(S, R)$ és olyat is amire nem. Nézzük meg hogy tényleg így van-e; írjuk fel milyen sorozatokat rendel ezekhez a pontokhoz a program és hova jut el ezekből a pontokból indulva.

7. $A = (x: \mathbb{Z}, y: \mathbb{Z})$

$B = (x': \mathbb{Z}, y': \mathbb{Z})$

$Q = (x = x' \wedge y = y')$ előfeltétel és

$R = (x = y' \wedge y = x')$ utófeltétel.

Legyenek továbbá adottak a következő logikai függvények:

$Q' = (x = x' - y' \wedge y = y')$

$Q'' = (x = x' - y' \wedge y = x')$

Lássuk be hogy teljesülnek a következők:

$Q \implies lf(x := x - y, Q')$

$Q' \implies lf(y := x + y, Q'')$

$Q'' \implies lf(x := y - x, R)$

Megoldja-e S program a fent specifikált feladatot?

