

Programozáselmélet - gyakorlatokra javasolt feladatok - 12. alkalom

1. $A = (x:\mathbb{Z})$

S_1 :

$\{x = 0 \vee x = 3\}$
 $x := x + 2$
 $\{x = 2 \vee x = 5\}$

S_2 :

$\{x = 0 \vee x = 2\}$
 $x := x + 3$
 $\{x = 3 \vee x = 5\}$

Bizonyítsuk be hogy $x = 0 \implies wp(\text{parbegin } S_1 \parallel S_2 \text{ parend}, x = 5)$ teljesül.

2. $A = (x:\mathbb{Z})$

S_1 :

$\{x = 0 \vee x = 1\}$
await $x = 1$ then SKIP ta
 $\{x = 1\}$

S_2 :

$\{x = 0\}$
 $x := 1$
 $\{x = 1\}$

Bizonyítsuk be hogy $x = 0 \implies wp(\text{parbegin } S_1 \parallel S_2 \text{ parend}, x = 1)$ teljesül.

3. $A = (x:\mathbb{N}, n:\mathbb{N}, z:\mathbb{N})$

$B = (x':\mathbb{N}, n':\mathbb{N})$

$Q = (x = x' \wedge n = n' \wedge x > 0)$

$R = (z = x'^{n'})$

Jelölje S a következő programot:

$\{x > 0\}$
 $z := 1;$
 $\{Inv\}$
parbegin $S_1 \parallel S_2$ **parend**
 $\{z = x'^{n'}\}$

```

S1:

{Inv}
while n ≠ 0 do
  {Inv ∧ n ≠ 0}
  n, z := n-1, z·x
od
{z = xn' ∧ n = 0}

```

```

S2:

{Inv}
while n ≠ 0 do
  {Inv}
  await even(n) then
    x, n := x·x, n/2
  ta
od
{z = xn' ∧ n = 0}

```

Inv jelöli a ciklusok invariánsát: $Inv = (z \cdot x^n = x^{n'})$

A ciklusok termináló függvénye: $t: n$

- Lássuk be hogy teljesül az interferencia-mentesség.
- Mutassuk meg hogy *S* program megoldja a specifikált feladatot.

4. $A = (a : \mathbb{Z}^n, b : \mathbb{Z}^n)$

$i: \mathbb{N}$ és $j: \mathbb{N}$ segédváltozói a programnak.

```

i, j := 1, 1;
{a = a' ∧ i = 1 ∧ j = 1}
parbegin S1 || S2 parend

```

```

S1:

{Inv}
while i ≤ n do
  {Inv ∧ i ≤ n}
  await i = j then
    x, i := a[i], i + 1
  ta
  {Inv}
do
  {Inv ∧ i = n + 1}

```

```

S2:

{Inv}
while j ≤ n do
  {Inv ∧ j ≤ n}
  await i > j then
    b[j], j := x, j + 1
  ta
  {Inv}
do
  {Inv ∧ j = n + 1}

```

$Inv = (a = a' \wedge 0 \leq i - 1 \leq j \leq i \leq n + 1 \wedge \forall k \in [1..j - 1]: b[k] = a[k]) \wedge (i > j \rightarrow x = a[i - 1])$

$i : \mathbb{N}$ és $j : \mathbb{N}$ segédváltozók. S_1 ciklusának termináló függvénye $n + 1 - i$, S_2 -é $n + 1 - j$. Mutassuk meg az interferencia-mentességet.