Programozáselmélet - előadás kivonat - 2. alkalom

1. Program

Definíció: *Legyen A az úgynevezett alap-állapottér ($fail \notin A$). Jelölje $\bar{A}$ azon véges komponensű állapotterek unióját, melyeknek altere az A alap-állapottér: $\bar{A} = \bigcup\limits_{A \leq B} B$. Az A feletti* programnak *hívjuk az $S \subseteq A \times (\bar{A} \cup \{\mathbf{fail}\})^{**}$ relációt, ha*

1. $\mathcal{D}_S = A$
2. $\forall a \in A$: $\forall \alpha \in S(a) : |\alpha| \geq 1$ *és* $\alpha_1 = a$
3. $\forall \alpha \in \mathcal{R}_S : (\forall i \in \mathbb{N}^+ : i < |\alpha| \to \alpha_i \neq fail)$
4. $\forall \alpha \in \mathcal{R}_S : (|\alpha| < \infty \to \alpha_{|\alpha|} \in A \cup \{fail\})$

Definíció: *A $p(S) \subseteq A \times A$ reláció az $S \subseteq A \times (\bar{A} \cup \{fail\})^{**}$ program* programfüggvénye, *ha*

1. $\mathcal{D}_{p(S)} = \{a \in A \mid S(a) \subseteq \bar{A}^*\}$
2. $\forall a \in \mathcal{D}_{p(S)} \colon p(S)(a) = \{b \in A \mid \exists \alpha \in S(a) \colon b = \alpha_{|\alpha|}\}$

2. Megoldás

Definíció: *Azt mondjuk hogy az S program megoldja az F feladatot (más szavakkal: az S program teljesen helyes az F feladatra nézve), ha*

1. $\mathcal{D}_F \subseteq \mathcal{D}_{p(S)}$
2. $\forall a \in \mathcal{D}_F \colon p(S)(a) \subseteq F(a)$

3. Parciális helyesség

Definíció: *A $\tilde{p}(S) \subseteq A \times (A \cup \{fail\})$ reláció az $S \subseteq A \times (\bar{A} \cup \{fail\})^{**}$ program gyenge programfüggvénye, ha*

1. $\mathcal{D}_{\tilde{p}(S)} = \{a \in A \mid S(a) \cap (\bar{A} \cup \{fail\})^* \neq \emptyset\}$
2. $\forall a \in \mathcal{D}_{\tilde{p}(S)} \colon \tilde{p}(S)(a) = \{b \in A \cup \{fail\} \mid \exists \alpha \in S(a) \cap (\bar{A} \cup \{fail\})^* \colon b = \alpha_{|\alpha|}\}$

Definíció: *Azt mondjuk hogy az S program parciálisan helyes az F feladatra nézve, ha*

1. $\forall a \in \mathcal{D}_F \colon \tilde{p}(S)(a) \subseteq F(a)$

4. Elemi programok

Definíció: *Legyen A tetszőleges állapottér. $SKIP$ jelöli azt a programot, melyre*

$$\forall a \in A \colon SKIP(a) = \{< a >\}$$

A $SKIP$ az állapottér minden a állapotához egyetlen sorozatot, az $< a >$ sorozatot rendeli. Így a-ból indulva a $SKIP$ garantált hogy a-ba jut, és csak oda.

Definíció: *Legyen A tetszőleges állapottér. $ABORT$ jelöli azt a programot, melyre*

$$\forall a \in A \colon ABORT(a) = \{< a, fail >\}$$

Az $ABORT$ az állapottér minden a állapotához egyetlen sorozatot, az $< a, fail >$ sorozatot rendeli. Így a-ból indulva az $ABORT$ programnak nincs más végrehajtása, mint a $fail$ állapotban végződő végrehajtás.

5. Leggyengébb előfeltétel

Jelölés: *Legyen $R \in A \to \mathbb{L}$ logikai függvény. Ekkor $\lceil R \rceil$ jelöli az olyan állapottérbeli pontok halmazát ahol R igaz. Azaz*

$$\lceil R \rceil = \{a \in A \mid R(a) = \{igaz\}\}$$

Ne felejtsük el hogy $R \in A \to \mathbb{L}$ nem feltétlenül értelmezett az A minden pontjában. Amennyiben $R \colon A \to \mathbb{L}$, akkor már viszont igaz hogy egy $a \in A$ pontban ha R nem igaz, akkor hamis.

Definíció: *Legyen $S \subseteq A \times (\bar{A} \cup \{\textbf{fail}\})^{**}$ program, $R \in A \to \mathbb{L}$ logikai függvény. Ekkor az S program R utófeltételhez tartozó leggyengébb előfeltétele az az $lf(S, R) \colon A \to \mathbb{L}$ függvény, amelyre*

$$\lceil lf(S, R) \rceil = \{a \in A \mid a \in D_{p(S)} \wedge p(S)(a) \subseteq \lceil R \rceil\}$$

A leggyengébb előfeltétel tehát pontosan azokban a pontokban igaz, ahonnan kiindulva az S program biztos hogy hibátlanul terminál, és az összes lehetséges végállapotban igaz R.